

**Examen final d'électromagnétisme**

⚡ **Questions de cours (6 pts) :**

(25 min) !

1. En utilisant la loi de Faraday pour un circuit électrique fixe avec un champ magnétique variable, Montrer que :  $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .
2. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide pour un régime variable.
3. On définit la jauge de Lorentz par la condition :  $\text{div}(\vec{A}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$  Montrer que :

$$\Delta(\vec{A}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}$$

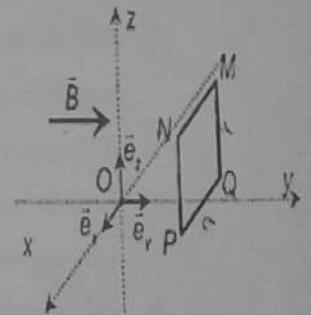
4. Montrer que la solution de l'équation d'Alembert pour une propagation unidimensionnelle s'écrit sous la forme :  $\Psi(z,t) = \Psi^+(z - ct) + \Psi^-(z + ct)$ . Donner une signification physique pour chacun de ces solutions.

**Exercice -1- phénomène d'induction magnétique (5 pts)**

(25 min) !

L'induction électromagnétique est un phénomène physique conduisant à l'apparition d'une force électromotrice dans un conducteur électrique soumis à un flux de champ magnétique variable. Il est utilisé pratiquement dans les générateurs et les transformateurs électriques, les bobines... On souhaite d'étudier la force électromotrice induite dans une spire carrée MNPQ de côté  $a$ , située parallèlement à un plan (OXYZ), avec un champ magnétique permanent et parallèle à OY. (N.B : Le vecteur surface de la spire est parallèle à OY).

1. La spire se déplace suivant l'axe OY avec une vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_y$ 
  - a. Déterminer le sens du courant induit.
  - b. Etablir l'expression de la force électromotrice induite  $e$  dans les deux cas suivants :
    - ⚡ En utilisant la loi de Faraday.
    - ⚡ A partir du champ électromoteur (circuit mobile dans un champ).
2. La spire est maintenant fixe et le champ magnétique varie d'une manière sinusoïdale de la forme :  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y$ 
  - Trouver l'expression de la force électromotrice induit.
3. Donner deux exemples d'application : un exemple dans le cas de l'induction de Lorentz et un exemple dans le cas de l'induction de Neuman.





Rattrapage d'électromagnétisme section CP2 (2015-2016)  
Durée 1.15min (1 point réservé à la présentation)

Exercice 1 (6pt)

$V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3} \pi R^3$

$S = \pi R^2$

Préciser

Un point émet de manière isotrope et permanente des particules chargées. Les trajectoires de ces charges sont des droites passant par O. on désigne par  $Q_0$  la charge initiale de O et  $I_0$  l'intensité du débit de charges.

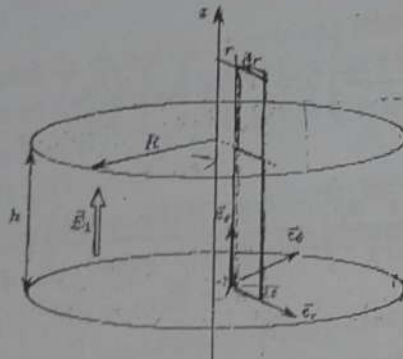
- 1) à quoi on peut assimiler ce point ?
- 2) Calculer le vecteur courant à un point M se trouvant à une distance r de O ?
- 3) Calculer le champ électrique et déduire  $\text{rot} \vec{B}$

Exercice 2 (7pt)

Un condensateur plan est formé d'un ensemble de deux disques conducteurs, de même rayon R, parallèles, de même axe Oz, distants de  $h \ll R$  et séparés par du vide. On applique, dans l'espace situé entre les deux disques, un champ électrique uniforme qui, dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , s'exprime par

$$\vec{E}_1 = E_0 e^{j\omega t} \vec{e}_z.$$

On suppose qu'aucun des champs étudiés dans la suite ne dépend ni de z ni de  $\theta$ .



- 1) Calculer le vecteur densité de courant de déplacement dans le condensateur. Montrer qu'il existe dans cet espace un champ magnétique  $\vec{B}_1$  créé par  $\vec{E}_1$ .
- 2) A l'intérieur du condensateur le champ magnétique créé par le champ électrique, s'écrit  $\vec{B}_1 = B_1 \vec{e}_\theta$ . En utilisant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale, et en utilisant l'écriture complexe, exprimer  $B_1$  en fonction de  $E_1$ , r,  $\omega$ , et c.
- 3) Le champ magnétique  $B_1$ , crée lui-même un champ électrique noté  $-E_2$ . On suppose que le champ électrique  $E_2$  est dirigé selon  $e_z$ . On considère un rectangle parallèle à l'axe des z et dont les côtés parallèles à z sont respectivement aux positions r et  $r + dr$  tel que  $dr \ll r$ .
  - a) Calculer le flux de  $B_1$  à travers la surface de ce rectangle.
  - b) Etablir la relation entre  $\frac{\partial E_2}{\partial t}$  et  $E_1$  et en déduit  $E_2$  en fonction  $E_1$ , r,  $\omega$ , et c
  - c) En déduire  $E_2$ , en fonction de  $E_1$ ,  $\omega$ , r, etc.

$$\begin{pmatrix} 0 & \vec{e}_r \\ 0 & \vec{e}_\theta \\ E_2 & \vec{e}_z \end{pmatrix}$$

$B \rightarrow E_2 \vec{e}_z$   
 $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$





Exercice 3 (question de cours) (6pt)

On considère une spire qui se déplace avec une vitesse  $v$  en présence d'un aimant fixe. on admet que ce déplacement génère une force électromotrice dans la spire donner par la formule suivante  $e = - \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

Avec  $\vec{v}$  : vitesse de déplacement de la spire

$\vec{B}$  : le champ magnétique crée par l'aimant

$d\vec{l}$  : Élément de longueur de la spire

1- montrer que  $e$  (force électromotrice) est égale  $-\frac{\partial \phi_L}{\partial t}$ . Avec  $\phi_L$  est le flux du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers la surface latérale de cylindre formé par le déplacement de la spire ?

2- montrer que  $\frac{\partial \phi_L}{\partial t} = \frac{\partial \phi_s}{\partial t}$ . Avec  $\phi_s$  est le flux du champ  $B$  à travers la spire  $\times$

Donnée

\* cylindriques:  $\text{div} \vec{a} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r a_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{\partial a_z}{\partial z} \right)$

\* sphériques:  $\text{div} \vec{a} = \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial r^2 a_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial a_\theta \sin \theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial a_\phi}{\partial \phi} \right)$

\* cylindriques:  $\vec{\text{rot}} \vec{a} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left( \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r a_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$

\* sphériques:

$\vec{\text{rot}} \vec{a} = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial (a_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial \phi} \right) \vec{e}_r + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial a_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (r a_\phi)}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r a_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_\phi$

Questions de cours (3 pts)

1. Énoncer la règle générale du phénomène de l'induction électromagnétique
2. Énoncer les lois de Lenz et de Faraday.
3. Comment est produite l'énergie électrique
4. Donner quelques applications de l'induction électromagnétique

Exercice 1 (7 pts) : Etude d'un dioptr

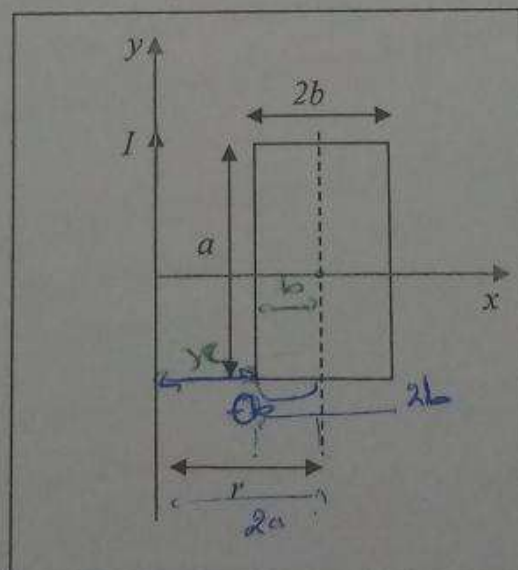
Un cadre de forme rectangulaire figure ci-dessus, constitué d'un fil conducteur ( $a \times 2b$ ) est au voisinage d'un fil conducteur de longueur infinie, parcouru par un courant  $I$ . Le fil et le cadre sont dans le même plan vertical. La distance entre l'axe du cadre et le fil vaut  $r = 2b$ .

1<sup>er</sup> cas : le courant  $I$  est constant

1. Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers la surface du cadre ?
2. Déduire la force électromotrice  $\xi$  induite dans le cadre ?
3. Déterminer le sens du courant induit dans le cadre

2<sup>er</sup> cas : le courant  $I$  subit une variation croissante

4. Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers la surface du cadre ?
5. Déduire la force électromotrice  $\xi$  induite dans le cadre ?
6. Déterminer le sens du courant induit dans le cadre



On rappelle le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant d'intensité  $I$  à une distance  $h$  du fil est donné par est  $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi h}$